

УДК 519.86:69.003

JEL Classification: D81, L74, M11

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИБОРУ ПАРТНЕРІВ У БУДІВЕЛЬНИХ ПРОЕКТАХ

ВЛАСЮК Ірина

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0009-0007-4692-6107>

e-mail: vlasiykirina@ukr.net

У статті розроблено економіко-математичний підхід до обґрунтування вибору партнерів для спільної реалізації будівельних проєктів, основу якого становить поєднання декомпозиції проєктних витрат та інструментарію теорії кооперативних ігор. Актуальність дослідження обумовлена необхідністю підвищення економічної результативності будівельних підприємств за умов ресурсних обмежень, високої вартості будівельних матеріалів, техніки та логістики, а також потребою в обґрунтованому формуванні партнерських об'єднань. Виокремлено три сценарії реалізації проєктів: індивідуальний, частково кооперативний і повністю кооперативний. Для оцінювання результативності співпраці введено систему коефіцієнтів, що характеризують потенційну економію окремих складових витрат унаслідок кооперації. Формалізовано характеристичну функцію кооперативної гри, яка відображає максимальний сукупний прибуток учасників від реалізації визначеної множини будівельних проєктів. Для визначення економічно справедливого розподілу коаліційного результату запропоновано використання значення Шеплі, що враховує граничний внесок кожного підприємства у формування спільного результату. Обґрунтовано, що сам факт виникнення додаткового коаліційного прибутку не є достатньою умовою доцільності партнерства. Вибір партнерів повинен одночасно враховувати ефективність розподілу, індивідуальну та коаліційну раціональність і стабільність сформованої коаліції. Сформовано універсальну умову стабільності, яка дає можливість перевіряти як повну коаліцію підприємств, так і будь-які її підмножини. Практичне значення моделі полягає у можливості порівняння альтернативних конфігурацій партнерства та визначення такого складу учасників, за якого спільна реалізація будівельних проєктів забезпечує економічно доцільний, справедливий і стабільний результат.

Ключові слова: управління, будівельний проєкт, кооперація, вибір партнерів, кооперативна гра, коаліція, витрати, прибуток.

<https://doi.org/10.31891/mdes/2026-21-36>



This is an Open Access article distributed under the terms of the [Creative Commons CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Стаття надійшла до редакції / Received 02.07.2026

Прийнята до друку / Accepted 06.08.2026

Опубліковано / Published 27.08.2026

© ВЛАСЮК Ірина

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

Реалізація сучасних будівельних проєктів передбачає взаємодію значної кількості економічно самостійних учасників: замовників, генеральних підрядників, субпідрядників, виробників та постачальників будівельних матеріалів, власників спеціалізованої техніки, транспортно-логістичних підприємств, проєктних організацій та фінансових партнерів. Результативність будівельного проєкту значною мірою залежить не лише від ефективності роботи кожного з них окремо, а й від способу формування та організації їхньої взаємодії.

Кооперація підприємств потенційно дає змогу зменшувати закупівельні, виробничі, трудові, транспортні та організаційні витрати, спільно використовувати техніку й інфраструктуру, скорочувати простой та підвищувати інтенсивність використання ресурсів. Однак утворення партнерського об'єднання автоматично не означає виникнення економічного ефекту. Витрати на координацію, нерівномірність внесків партнерів, особливості розподілу отриманого результату та можливість виходу окремих учасників із партнерства здатні зробити певну конфігурацію співпраці економічно нестійкою.

У зв'язку з цим виникає потреба в інструментарії, який дозволяв би не тільки визначати загальний економічний результат кооперації, а й відповідати на три взаємопов'язані питання: з ким доцільно утворювати партнерство; який економічний ефект воно створює; яким чином розподілити отриманий результат так, щоб учасники не були зацікавлені у виході з коаліції або формуванні альтернативних об'єднань.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Теоретичне підґрунтя вирішення цієї проблеми формують положення теорії кооперативних ігор. У класичній роботі R. Aumann та J. Drèze [1] розглянуто кооперативні ігри з коаліційними структурами та сформовано підхід до дослідження результатів діяльності різних груп учасників. Подальшого розвитку теоретичні засади кооперативних ігор набули у працях B. Peleg та P. Sudhölter [2] і фундаментальному узагальненні R. Aumann та S. Hart [3].

Особливе місце серед інструментів кооперативної теорії посідає значення Шеплі, яке дозволяє розподіляти спільно створений результат відповідно до граничного внеску учасників. Можливості застосування цього інструменту для аналізу взаємодії коаліцій розкриваються, зокрема, у дослідженні К. Hausken [4]. Питання стабільності коаліційних структур і співвідношення між способом розподілу результату та стійкістю партнерських об'єднань продовжують розвиватися у сучасній науковій літературі [5].

Для практичного використання коопераційних моделей у будівельній галузі важливим є також урахування логістичної складової. Оптимізація транспортних маршрутів та використання ресурсів може розглядатися із залученням спеціалізованих оптимізаційних моделей, зокрема задачі комівояжера [6] та методів оптимального транспорту [7].

Водночас застосування кооперативних ігор безпосередньо до задачі вибору партнерів у процесі спільної реалізації будівельних проєктів потребує поєднання теоретичного апарату формування та стабільності коаліцій із конкретною економічною структурою витрат будівельного проєкту.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Недостатньо формалізованим залишається методичний зв'язок між структурою витрат будівельного проєкту, економічним ефектом від залучення партнерів різних функціональних типів та стабільністю сформованої коаліції.

Метою статті є розроблення економіко-математичної моделі оптимального вибору партнерів для спільної реалізації будівельних проєктів на основі оцінювання коопераційного ефекту, використання значення Шеплі та перевірки стабільності альтернативних коаліцій підприємств.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Для вступного розуміння того, на що опирається розроблювана концепція спільної реалізації будівельних проєктів, введемо наступні позначення;

R_j – дохід від реалізації j -го будівельного проєкту;

C_j – сумарні витрати на реалізацію j -го будівельного проєкту;

G_j – частина грантового фінансування, яка пішла на реалізацію j -го будівельного проєкту;

P_j – прибуток від реалізації j -го будівельного проєкту.

Тоді чистий прибуток (вважатимемо, що дохід R_j вже оподаткований) від реалізації j -го будівельного проєкту визначається як

$$P_j = R_j + G_j - C_j \quad (j = 1, 2, \dots), \quad (3.1)$$

де K – загальна кількість будівельних проєктів, в яких бере участь дане підприємство. З формули (3.1) чітко видно, що максимізувати фінансовий результат P_j можна лише за допомогою мінімізації витрат. Витрати на будівництво включають витрати на матеріали, оплату праці будівельників, оренду техніки, логістику та інші операційні витрати. Представимо їх так:

$$C_j = C_j^{(mater)} + C_j^{(budiv)} + C_j^{(tech)} + C_j^{(logist)} + C_j^{(\sim)} \quad (j = 1, 2, \dots), \quad (3.2)$$

де $C_j^{(mater)}$ – витрати на будівельні матеріали;

$C_j^{(budiv)}$ – витрати на оплату праці (будівельників; інші статті витрат на оплату праці включені в $C_j^{(tech)}$, $C_j^{(logist)}$ та $C_j^{(\sim)}$);

$C_j^{(tech)}$ – витрати на техніку;

$C_j^{(logist)}$ – витрати на забезпечення логістики (транспортні витрати);

$C_j^{(\sim)}$ – інші витрати (куди включатимуться витрати, пов'язані зі специфічною діяльністю конкретного підприємства).

Зазвичай у структурі собівартості житлового будівництва в Україні спостерігається приблизно така структура витрат (табл. 1), за якої більша частина витрат припадає на будівельні матеріали та оплату праці будівельників. При використанні середніх значень часток отримаємо:

Таблиця 1

Орієнтовна структура собівартості житлового будівництва

Тип витрат	Орієнтовна частка у собівартості, %	Характеристика
Будівельні матеріали	45–51	Цегла, бетон, залізобетонні конструкції, металеві конструкції, утеплювачі, оздоблювальні матеріали
Оплата праці будівельників	22–28	Заробітна плата робітників будівельних спеціальностей, майстрів, інженерів на будівельному майданчику
Оренда (експлуатація) будівельної техніки	10–14	Крани, екскаватори, бетононасоси, спецтехніка, амортизація власної техніки
Логістичні витрати	6–10	Транспортування матеріалів, оплата праці водіїв, експлуатація транспортних засобів, складська логістика
Інші витрати	5–9	Проектування, адміністративні витрати, підключення комунікацій, страхування, дозволи

$$C_j^{(mater)} = 0,48C_j, C_j^{(budiv)} = 0,25C_j, C_j^{(tech)} = 0,12C_j, C_j^{(logist)} = 0,08C_j, \\ C_j^{(\sim)} = 0,07C_j,$$

тобто

$$C_j^{(mater)} + C_j^{(budiv)} + C_j^{(tech)} + C_j^{(logist)} + C_j^{(\sim)} = \\ = 0,48C_j + 0,25C_j + 0,12C_j + 0,08C_j + 0,07C_j = C_j.$$

Ця деталізація дозволяє більш реалістично описати ефект кооперації підприємств. Наприклад, виробники матеріалів можуть знижувати витрати на будівельні матеріали, будівельні компанії можуть оптимізувати оплату праці будівельників, спільне використання техніки може зменшувати витрати на техніку. Тому розглядаються три можливі сценарії реалізації будівельних проєктів:

1. Індивідуальна реалізація – кожне підприємство самостійно виконує окремі будівельні проєкти.
2. Часткова кооперація – проєкти реалізуються коаліціями двох або більше підприємств.
3. Повна кооперація – всі підприємства об'єднують ресурси для реалізації декількох проєктів одночасно.

При кооперації можливе зниження витрат на матеріали за рахунок власного виробництва. Також можливе скорочення термінів будівництва, що дозволяє реалізувати більше проєктів одночасно.

Для множини M підприємств $N = \{1, \dots, M\}$ будь-яка підмножина

$$S \subseteq N = \{1, \dots, M\} \quad (3.3)$$

називається коаліцією [1, 2]. Цінність коаліції визначає, скільки прибутку може отримати група підприємств, працюючи разом (ефект синергії). Позначимо через $v(S)$ прибуток коаліції S у (3.3) від реалізації певних проєктів. Загальна кількість можливих коаліцій дорівнює 2^M . Наприклад, для трьох підприємств всі можливі коаліції є такими:

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\},$$

де перші чотири коаліції є тривіальними і не мають ніякого впливу на мінімізації витрат (3.2). Для чотирьох підприємств буде вдвічі більше коаліцій, де тривіальних буде вже п'ять:

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \\ \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}.$$

Вибір вступу до тієї чи іншої коаліції є певною грою у математичному сенсі, оскільки він пов'язаний з відповідними невизначеностями. Таким чином, для кожної коаліції (3.3) визначається характеристична функція $v(S)$ кооперативної гри [3], яка відображає максимальний сумарний прибуток, який може отримати коаліція при спільній реалізації будівельних проєктів.

Ключовим ефектом кооперації є зниження витрат на будівельні матеріали. У структурі собівартості вони становлять, згідно з табл. 3.1, приблизно 50 % (оптимістичний прогноз) або щонайменше 45 % (обережний прогноз). Тоді $C_j^{(mater)} = 0,45C_j$ у найбільш несприятливому випадку. При кооперації з підприємствами-виробниками матеріалів частина витрат може бути зменшена з деяким коефіцієнтом економії матеріалів α , де зазвичай $0,07 < \alpha < 0,15$. Якщо у коаліцію S входять підприємства-виробники матеріалів (якщо у цій коаліції є хоча б один виробник матеріалів), то нові витрати на матеріали становитимуть

$$C_{j,S}^{(mater)} = (1 - \alpha)C_j^{(mater)}. \quad (3.4)$$

Отже, з урахуванням (3.4) нові витрати за умови входження у коаліцію S вийдуть такими:

$$C_{j,S} = C_j - \alpha C_j^{(mater)}. \quad (3.5)$$

Наприклад, якщо собівартість проєкту складає 800 млн грн, то за обережного прогнозу (і за відповідно несприятливих умов щодо економії матеріалів внаслідок, зокрема, важких погодних умов, погіршення зберігання у холодний сезон, низької якості будівельних матеріалів) нові (коаліційні) витрати за (3.5) складуть

$$C_{j,S} = C_j - \alpha C_j^{(mater)} = C_j - 0,07 \cdot 0,45C_j = C_j \cdot (1 - 0,0315) = \\ = 800 \cdot 0,9685 = 774,8 \text{ млн грн,}$$

тобто фактично коаліції вдасться зекономити 25 млн 200 тис. грн, що еквівалентно збільшенню прибутку у цьому ж розмірі.

Деталізація, подана у табл. 3.1, дозволяє більш реалістично описати ефект кооперації підприємств, враховуючи інші можливості зниження витрат. Наприклад, окрім того, що виробники матеріалів можуть знижувати витрати на будівельні матеріали за рахунок коаліційної співпраці на основі формули (3.4), будівельні компанії можуть оптимізувати витрати на оплату праці, спільне використання техніки може зменшувати витрати на техніку, а транспортні витрати можуть бути зменшеними за рахунок більш інтенсивних перевезень (транспортувань) зі зменшенням кількості холостих пробігів (можливо, для цього необхідно буде додатково розв'язувати задачу комівояжера [4] або транспортну задачу [5]). У цьому випадку функцію витрат для коаліції S можна узагальнено

записати як

$$C_{j,S} = C_{j,S}^{(mater)} + C_{j,S}^{(budiv)} + C_{j,S}^{(tech)} + C_{j,S}^{(logist)} + C_{j,S}^{(\sim)} = \\ = (1-\alpha)C_j^{(mater)} + (1-\beta)C_j^{(budiv)} + (1-\gamma)C_j^{(tech)} + (1-\delta)C_j^{(logist)} + (1-\eta)C_j^{(\sim)}, \quad (3.6)$$

де β – коефіцієнт оптимізації витрат на оплату праці;

де γ – коефіцієнт економії від спільного використання техніки;

де δ – коефіцієнт оптимізації витрат на забезпечення логістики;

де η – коефіцієнт економії інших (специфічних) витрат від коаліційної співпраці.

Отже, якщо j -й будівельний проект реалізується коаліцією S , його чистий прибуток замість (3.1) буде

$$P_{j,S} = R_j + G_j - C_{j,S} \quad (j = 1, 2, \dots). \quad (3.7)$$

Визначимо виграш коаліції як суму прибутків проектів, які вона може реалізувати:

$$v(S) = \sum_{j=1}^K P_{j,S} = \sum_{j=1}^K (R_j + G_j - C_{j,S}), \quad (3.8)$$

де завжди $v(\emptyset) = 0$.

Розглянемо таку ілюстрацію на прикладі двох підприємств. Якщо $v(\{1\}) = 10$, $v(\{2\}) = 12$, а $v(\{1, 2\}) = 18$ (в умовних одиницях прибутку), то перше підприємство від входження в коаліцію отримує

$$v(\{1, 2\}) - v(\{2\}) = 18 - 12 = 6 \text{ (ум. од. прибутку),}$$

тоді як друге підприємство від входження в коаліцію отримує

$$v(\{1, 2\}) - v(\{1\}) = 18 - 10 = 8 \text{ (ум. од. прибутку).}$$

Як бачимо, сума прибутків учасників коаліції є меншою від прибутку самої коаліції, а без коаліції сума прибутків підприємств є більшою за прибуток у стані коаліційної співпраці. Звідси, використовуючи цей простий приклад, природно впливає умова входження в коаліцію, яку сформулюємо наступним чином. Якщо для деякої коаліції $S \subseteq N$ виконана нерівність

$$v(S) > \sum_{m \in S} v(\{m\}), \quad (3.9)$$

то вступати у коаліцію $S \subseteq N$ вигідно усім її учасникам. Якщо нерівність (3.9) не справджується, то навіть за умови рівності

$$v(S) = \sum_{m \in S} v(\{m\}) \quad (3.10)$$

така коаліція не має економічного сенсу. Так, навіть якщо $v(\{1, 2\}) = 22$ у вищеподаному

прикладі, то

$$v(\{1, 2\}) = v(\{1\}) + v(\{2\}) = 10 + 12 = 18,$$

а перше і друге підприємства від входження в коаліцію отримують

$$v(\{1, 2\}) - v(\{2\}) = 22 - 12 = 10 \text{ (ум. од. прибутку)}$$

та

$$v(\{1, 2\}) - v(\{1\}) = 22 - 10 = 12 \text{ (ум. од. прибутку)}$$

відповідно, тобто утворення коаліції (і, напевно, відповідний прорахунок, організація та розподіл співпраці) дає ті самі прибутки, які підприємства отримали б без даної коаліції.

Як би не була сформована коаліція, але коли нерівність (3.9) виконана, постає важливе питання відносно того, як розподіляти між підприємствами-учасниками коаліції надлишковий прибуток

$$v(S) - \sum_{m \in S} v(\{m\}). \quad (3.11)$$

Відповідь на це питання дає теорія кооперативних ігор [2]. У теорії кооперативних ігор для розподілу вигоди використовується значення Шеплі [1]. Вектор Шеплі є одним із найпоширеніших інструментів справедливого розподілу результатів кооперації у кооперативних іграх з переносною корисністю [6]. Його застосування у задачах спільної реалізації будівельних проєктів дозволяє розподілити отриманий прибуток між підприємствами таким чином, щоб кожен учасник отримував винагороду пропорційно до свого граничного внеску у формування коаліційного результату.

Для множини M підприємств $N = \{1, \dots, M\}$, яку можна назвати також великою (повною) коаліцією, вектор Шеплі є M -вимірним вектором

$$\Phi_N = [\varphi_m]_{1 \times M}, \quad (3.12)$$

у якому значення Шеплі для m -го підприємства обчислюється так [3, 7]:

$$\varphi_m = \sum_{S \subseteq N \setminus \{m\}} \frac{|S|! \cdot (M - |S| - 1)!}{M!} \cdot [v(S \cup \{m\}) - v(S)], \quad (3.13)$$

де підсумовування виконується по усім можливим коаліціям S , в які не входить m -е підприємство. Фактично, значення (3.13) – це прибуток, який отримує m -е підприємство, перебуваючи в коаліції N . Використання вектора Шеплі (3.12) зі значеннями (3.13) забезпечує декілька важливих властивостей розподілу прибутку. По-перше, весь прибуток великої коаліції розподіляється [1, 2, 7]:

$$\sum_{m=1}^M \varphi_m = v(N). \quad (3.14)$$

Рівність (3.14) називається умовою ефективності, яка забезпечує розподіл прибутку коаліції між усіма учасниками пропорційно їхньому внеску у створення коаліційної вартості. По-друге,

якщо два підприємства мають однакові внески, вони отримують однакову винагороду. Це називається умовою симетричності.

Ключовою умовою існування коаліції є її стабільність. Стабільність коаліції пов'язана з тим, що її учасникам має бути невигідно ані покинути цю коаліцію, ані утворювати нові коаліції. Тобто має бути коаліційна раціональність, яка виражається у формі наступної нерівності [1, 2, 7]:

$$\sum_{m \in S} \varphi_m \geq v(S) \text{ для будь-якої коаліції } S \subseteq N. \quad (3.15)$$

Нерівність (3.15) задовольняє умові ефективності (3.14), якщо взяти $S = N$. Також, якщо розглядати індивідуальну раціональність кожного підприємства, то тут має бути нерівність

$$\varphi_m \geq v(\{m\}) \text{ для всіх } m = 1, \dots. \quad (3.16)$$

Але нерівність (3.16) також впливає з умови (3.15), у яку достатньо покласти $S = \{m\}$. Часто саме порушення умови індивідуальної раціональності руйнує спроби утворити коаліцію.

Так, повертаючись до прикладу з $v(\{1\}) = 10$, $v(\{2\}) = 12$, $v(\{1, 2\}) = 18$, обчислимо вектор Шеплі для коаліції $N = \{1, 2\}$:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{0! \cdot (2-0-1)!}{2!} \cdot [v(\{1\}) - v(\emptyset)] + \frac{1! \cdot (2-1-1)!}{2!} \cdot [v(\{1, 2\}) - v(\{2\})] = \\ &= \frac{v(\{1\}) - v(\emptyset)}{2} + \frac{v(\{1, 2\}) - v(\{2\})}{2} = \frac{10-0}{2} + \frac{18-12}{2} = 8, \\ \varphi_2 &= \frac{0! \cdot (2-0-1)!}{2!} \cdot [v(\{2\}) - v(\emptyset)] + \frac{1! \cdot (2-1-1)!}{2!} \cdot [v(\{1, 2\}) - v(\{1\})] = \\ &= \frac{v(\{2\}) - v(\emptyset)}{2} + \frac{v(\{1, 2\}) - v(\{1\})}{2} = \frac{12-0}{2} + \frac{18-10}{2} = 10. \end{aligned}$$

Як можемо пересвідчитись,

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 8 + 10 = 18 = v(\{1, 2\}),$$

тобто умова ефективності (3.14) тут виконана, а ось

$$\varphi_1 = 8 < 10 = v(\{1\}), \quad \varphi_2 = 10 < 12 = v(\{2\}),$$

тобто порушується умова раціональності для обох учасників коаліції.

Здавалося б, що умова (3.16) могла би бути додатково підсилена маржинальною умовою справедливості, за якої прибуток m -го підприємства в коаліції N не має бути меншим за прибуток цього підприємства у будь-якій іншій коаліції. Така умова подається наступним чином:

$$\begin{aligned} \varphi_m &\geq v(S) - v(S \setminus \{m\}) \text{ для кожної коаліції } S \subseteq N \\ &\text{та для всіх } m = 1, \dots. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Зокрема, умова (3.17) виконується для прикладу з $v(\{1\}) = 10$, $v(\{2\}) = 12$,

$v(\{1, 2\}) = 22$ (де просто підвищили прибуток коаліції на 4 ум. од. прибутку):

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= 10 \geq v(\{1, 2\}) - v(\{2\}) = 22 - 12 = 10, \\ \varphi_1 &= 10 \geq v(\{2\}) - v(\{2\}) = 0, \\ \varphi_1 &= 10 \geq v(\emptyset) - v(\emptyset) = 0, \\ \varphi_2 &= 12 \geq v(\{1, 2\}) - v(\{1\}) = 22 - 10 = 12, \\ \varphi_2 &= 12 \geq v(\{1\}) - v(\{1\}) = 0, \\ \varphi_2 &= 12 \geq v(\emptyset) - v(\emptyset) = 0.\end{aligned}$$

Але, як легко з'ясувати, умова (3.17), гарантуючи для підприємства "справедливість внеску", не забезпечує стабільність коаліції, якщо не враховувати обов'язкову умову (3.15). Дійсно, якщо розглянути ще один приклад з $v(\{1\}) = 10$, $v(\{2\}) = 12$, $v(\{1, 2\}) = 34$, то

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{v(\{1\}) - v(\emptyset)}{2} + \frac{v(\{1, 2\}) - v(\{2\})}{2} = \frac{10 - 0}{2} + \frac{34 - 12}{2} = 16, \\ \varphi_2 &= \frac{v(\{2\}) - v(\emptyset)}{2} + \frac{v(\{1, 2\}) - v(\{1\})}{2} = \frac{12 - 0}{2} + \frac{34 - 10}{2} = 18,\end{aligned}$$

а умова (3.17) порушується для коаліції $S = N = \{1, 2\}$:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= 10 < v(\{1, 2\}) - v(\{2\}) = 34 - 12 = 22, \\ \varphi_2 &= 12 < v(\{1, 2\}) - v(\{1\}) = 34 - 10 = 24.\end{aligned}$$

Тому остаточно приймаємо умову стабільності великої коаліції лише як нерівності (3.15).

Тепер постає логічне питання: а чому ми маємо розглядати тільки повну коаліцію всіх M підприємств? Чи може бути ситуація, коли якась інша коаліція буде більш вигідною для підприємств, якій у неї увійдуть? Іншими словами, чи можливий випадок нерівності

$$\sum_{m=1}^M \varphi_m = v(N) < v(S) \text{ для деякої коаліції } S \subset N, \quad (3.18)$$

якщо абстрагуватись від сутності такої коаліції (у широкому розумінні цього слова)?

Для такого випадку ми розглядатимемо вектор Шеплі для довільної нетривіальної коаліції $S \neq \emptyset$. Отож, для коаліції $S \subseteq N$ вектор Шеплі є $|S|$ -вимірним вектором

$$\Theta_{|S|} = [\vartheta_{u(i)}]_{1 \times |S|} \quad (i = 1, \dots, |S|) \quad (3.19)$$

дійсних значень $\vartheta_{u(1)}, \dots, \vartheta_{u(|S|)}$, де $|S|$ - кількість учасників коаліції. Для u -го підприємства, яке входить у коаліцію S , його значення Шеплі обчислюється так [3, 7]:

$$\vartheta_u = \sum_{T \subseteq S \setminus \{u\}} \frac{|T|! (|S| - |T| - 1)!}{|S|!} \cdot [v(T \cup \{u\}) - v(T)], \quad (3.20)$$

де підсумовування виконується по усім можливим коаліціям T у складі коаліції S . Як і для вектора Шеплі повної коаліції, для довільної (неповної) коаліції $S \subset N$ (а, взагалі кажучи, можна писати узагальнений випадок коаліції $S \subseteq N$) виконується умова ефективності [1, 2, 7]:

$$\sum_{u \in S} \vartheta_u = v(S). \quad (3.21)$$

Але нерівність (3.18) зовсім не означає, що неповна коаліція $S \subset N$ буде стійкою. Тут також потрібна стійкість (стабільність), як і для повної коаліції. Тому, подібно до нерівностей (3.15), умовою стійкості будь-якої коаліції S (включаючи, між іншим, і повну коаліцію N всіх підприємств) є виконання нерівностей [1, 2, 7]:

$$\sum_{u \in T} \vartheta_u \geq v(T) \text{ для будь-якої коаліції } T \subseteq S \text{ у складі коаліції } S \subseteq N. \quad (3.22)$$

Умови стабільності коаліції $S \subseteq N$ у формі нерівностей (3.22) є універсальними: вони включають і повну коаліцію N , і довільні нетривіальні (тобто непорожні) коаліції $S \subset N$, куди входять також випадки відсутності коаліційної кооперації, коли $S = \{m\}$ для всіх $m = 1, \dots$. Слушним буде зауважити, що для $T = \emptyset$ умови (3.22) завжди тривіально виконуються, адже

$$\sum_{u \in \emptyset} \vartheta_u = 0 \geq 0 = v(\emptyset).$$

Тому при перевірці нерівностей (3.22) розглядаються лише непорожні коаліції T у складі коаліції S , стійкість якої перевіряється.

Фактично формули (3.19)–(3.22) і є економіко-математична модель оптимального вибору партнерів з позиції кожного підприємства, яке вирішує, чи вступати йому в кооперацію з тими чи іншими коаліціями підприємств (потенційних партнерів), чи залишатися наодинці – бути самостійним контрагентом, контрактантом, підрядником. Для цього необхідно перевірити усі можливі коаліції, де для кожної коаліції обчислюємо вектор Шеплі (3.19) як (3.20) і перевіряємо, чи виконуються всі можливі нерівності (3.22).

ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

Теоретичне обґрунтування вибору партнерів при реалізації будівельних проєктів та розробка відповідної економіко-математичної моделі, дозволяє приймати виважені та ефективні управлінські рішення, а також забезпечує максимізацію фінансових результатів діяльності залучених стейкхолдерів. Саме засоби економіко-математичного моделювання і здатні вирішити такі складні питання для менеджменту підприємств, однак визначений підхід потребує подальших ґрунтовних досліджень у контексті врахування особливостей діяльності конкретних підприємств.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Aumann R. J., Dreze J. H. Cooperative games with coalition structures. *International Journal of Game Theory*. 1974, No. 3. P. 217–237. <https://doi.org/10.1007/BF01766876>
2. Peleg B., Sudhölter P. *Introduction to the Theory of Cooperative Games*. Springer Berlin, Heidelberg, 2007. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-72945-7>
3. Aumann R. J., Hart S. *Handbook of Game Theory with Economic Applications*. Volume 3. North Holland, 2002. P. 1521–2351. <https://www.sciencedirect.com/handbook/handbook-of-game-theory-with-economic-applications/vol/3/suppl/C>
4. Romanuke V. V. Deep clustering of the traveling salesman problem to parallelize its solution. *Computers & Operations Research*. 2024, Vol. 165, Article no. 106548.

<https://doi.org/10.1016/j.cor.2024.106548>

5. Galichon A. *Optimal Transport Methods in Economics*. Princeton University Press, 2016.
6. Hausken K. The Shapley value of coalitions to other coalitions. *Humanities and Social Sciences Communications*. 2020, Vol. 7, Article no. 104. <https://doi.org/10.1057/s41599-020-00586-9>
7. Романюк В. В. Програмний Matlab-модуль для визначення компонент вектора Шеплі в одній кооперативній грі з головним гравцем при двозначній характеристичній функції. *Наука й економіка*. 2010, Випуск 3 (19). С. 156–162.
8. Carreras F., Magaña A. Stability for coalition structures in terms of the proportional partitional Shapley value. *Homo Oeconomicus*. 2025, Vol. 42. P. 115–155. <https://doi.org/10.1007/s41412-024-00143-8>

REFERENCES:

1. Aumann R. J., Dreze J. H. Cooperative games with coalition structures. *International Journal of Game Theory*. 1974, No. 3. P. 217–237. <https://doi.org/10.1007/BF01766876>
2. Peleg B., Sudhölter P. *Introduction to the Theory of Cooperative Games*. Springer Berlin, Heidelberg, 2007. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-72945-7>
3. Aumann R. J., Hart S. *Handbook of Game Theory with Economic Applications*. Volume 3. North Holland, 2002. P. 1521–2351. <https://www.sciencedirect.com/handbook/handbook-of-game-theory-with-economic-applications/vol/3/suppl/C>
4. Romanuke V. V. Deep clustering of the traveling salesman problem to parallelize its solution. *Computers & Operations Research*. 2024, Vol. 165, Article no. 106548. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2024.106548>
5. Galichon A. *Optimal Transport Methods in Economics*. Princeton University Press, 2016.
6. Hausken K. The Shapley value of coalitions to other coalitions. *Humanities and Social Sciences Communications*. 2020, Vol. 7, Article no. 104. <https://doi.org/10.1057/s41599-020-00586-9>
7. Romaniuk V. V. Prohramnyi Matlab-modul dlia vyznachennia komponent vektora Shepli v odnii kooperatyvnii hri z holovnym hravtsem pry dvoznachnii kharakterystychnii funksi. *Nauka y ekonomika*. 2010, Vypusk 3 (19). S. 156–162.
8. Carreras F., Magaña A. Stability for coalition structures in terms of the proportional partitional Shapley value. *Homo Oeconomicus*. 2025, Vol. 42. P. 115–155. <https://doi.org/10.1007/s41412-024-00143-8>

ECONOMIC-MATHEMATICAL MODEL FOR PARTNER SELECTION IN CONSTRUCTION PROJECTS

VLASIYK Irina
Khmelnitskyi National University

The article develops an economic and mathematical approach to substantiating partner selection for the joint implementation of construction projects based on the integration of project cost decomposition and cooperative game theory. The relevance of the study is determined by the need to improve the economic performance of construction enterprises under resource constraints, high costs of construction materials, equipment and logistics, as well as by the necessity of forming economically justified partnerships. Three basic scenarios of project implementation are distinguished: individual implementation, partial cooperation and full cooperation. To assess the economic effect of cooperation, a system of coefficients reflecting potential savings in individual cost components is introduced. A characteristic function of a cooperative game is formalized to determine the maximum aggregate profit that a particular coalition of enterprises can obtain from jointly implementing construction projects. The Shapley value is proposed as an instrument for economically justified allocation of the coalition result, since it reflects the marginal contribution of each participant to the joint outcome. It is demonstrated that the emergence of additional coalition profit alone is insufficient to justify partnership formation. Partner selection should simultaneously satisfy the requirements of distribution efficiency, individual and coalition rationality, as well as coalition stability. A generalized stability condition applicable both to the grand coalition and to any non-trivial subset of enterprises is substantiated. The proposed model makes it possible to compare alternative partnership configurations, calculate the expected economic result of cooperation, distribute the generated value among participants and identify stable coalitions. Its practical application can support managerial decisions concerning the selection of contractors, suppliers, construction companies, logistics operators and other participants involved in the joint implementation of construction projects.

Keywords: management, construction project, cooperation, partner selection, cooperative game, coalition, costs, profit.