

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВИЗНАЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ РОЗМІРІВ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ПІДПРИЄМСТВ

ГУТОРОВ Андрій¹, ГУТОВА Олена²

¹ННЦ «Інститут аграрної економіки»

<https://orcid.org/0000-0002-6881-4911>

e-mail: Gutorov.Andrew@gmail.com

²Державний біотехнологічний університет

<https://orcid.org/0000-0003-4705-5482>

e-mail: Gutorova.Elena@gmail.com

Метою статті є побудова стохастичної економіко-математичної моделі визначення раціональних розмірів сільськогосподарських підприємств. Показано, що умовах цифровізації, методологічною основою для раціоналізації розмірів сільськогосподарських підприємств є економіко-математичні моделі, які дають змогу не лише змоделювати вплив факторів, а й визначити найбільш оптимальне їх поєднання для конкретних умов господарювання, форм власності. Встановлено, що більшість досліджень зосереджені переважно на моделюванні раціональної організації землекористування, оптимізації розмірів і структури посівних площ, факторному аналізі концентрації, у т.ч. з використанням виробничих функцій, чи порівняльному і DEA-аналізі ефективності різних за розмірами сільськогосподарських підприємств. Підтверджено, що визначення раціональних розмірів сільськогосподарських підприємств необхідно проводити за результатами їх розподілу за типами спеціалізації та на основі комплексної економічної, екологічної і соціальної оцінки результатів господарської діяльності. Ефект масштабу виробництва в сільському господарстві є динамічною величиною, оскільки для кожного окремого періоду часу існує максимально можливий (граничний) обсяг виробництва продукції, якого можна досягти при цих затратах факторів виробництва. Обґрунтовано, що методологія стохастичного граничного аналізу є дієвим інструментом оптимізації розмірів сільськогосподарських підприємств, дозволяє враховувати як основні фактори виробництва, так і включати до моделі стохастичні фіктивні змінні. Базуючись на фактичних даних щодо результатів господарської діяльності підприємств, стохастичний граничний аналіз дає змогу оцінити досягнутий рівень виробництва та здійснити оптимізаційні розрахунки з урахуванням кращого з варіантів розвитку господарської системи. Доведено, що для підвищення надійності отриманих результатів, узагальнення передового досвіду сільськогосподарського виробництва доцільним є використання методу аналізу оболонки даних на основі моделей супер-ефективності і алгоритму відбору передових господарств, який базується на знаходженні перетину множин сільгоспідприємств за DEA-моделями з постійним та змінним ефектом від масштабу незалежно від їх орієнтації.

Ключові слова: економіко-математична модель; раціональні розміри; спеціалізація; концентрація; сільськогосподарське підприємство; SFA-аналіз; DEA-аналіз.

<https://doi.org/10.31891/mdes/2024-13-27>

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

За роки незалежності України структура агрогосподарювання зазнала кардинальних трансформацій. В ході аграрної та земельної реформ було розпайовано землі колишніх великих спеціалізованих сільгоспідприємств, що призвело до значної парцелізації земель сільськогосподарського призначення в Україні, створення великої кількості дрібних сільгоспідприємств різних форм власності і господарювання, зміни спеціалізації, порушення організації виробництва та раціональної організації територій останніх, дезінтеграції виробництва і переважно до деіндустріалізації галузі. На противагу надмалим, завдяки механізмам оренди землі, сформувалися великі корпоративні інтегровані суб'єкти господарювання, площі землекористування окремих із яких перевищують сотні тисяч гектарів, а методи господарювання і технології відповідають кращим світовим трендам. Таким чином, нині є знову актуальним питання щодо визначення раціонального розміру сільгоспідприємств, що слід урахувати при створенні нових та впорядкуванні існуючих землеволодінь та землекористувань сільськогосподарського призначення.

В умовах цифровізації, методологічною основою для раціоналізації розмірів сільськогосподарських підприємств є економіко-математичні моделі, які дають змогу не лише змоделювати вплив факторів, а й визначити найбільш оптимальне їх поєднання для конкретних умов господарювання, форм власності тощо.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Проблема формування раціональних розмірів сільськогосподарських підприємств в Україні досліджувалася В. Амбросовим, В. Андрійчуком, П. Канінським, М. Кропивком, І. Лукіновим, В. Месель-Веселяком, О. Онищенком, І. Романенком, П. Саблуком, М. Хвесиком та іншими. Питанням економіко-математичного моделювання для оптимізації розмірів сільгоспідприємств присвячені праці С. Азізова, Т. Власенко, Д. Добряка, М. Ільчука, М. Калінчика, І. Сас, О. Смігунової, А. Третяка, О. Ульянченка, О. Шубравської.

ВИДІЛЕННЯ НЕВИРШЕНИХ РАНІШЕ ЧАСТИН ЗАГАЛЬНОЇ ПРОБЛЕМИ, КОТРИМ ПРИСВЯЧУЄТЬСЯ СТАТТЯ

Слід зазначити, що вищезазначені вчені зосереджували свою увагу переважно на моделюванні раціональної організації землекористування, оптимізації розмірів і структури посівних площ, факторному аналізі концентрації, у т.ч. з використанням виробничих функцій, чи порівняльному і DEA-аналізі ефективності різних за розмірами сільськогосподарських підприємств. Водночас потребує систематизації методика економіко-математичного моделювання для визначення раціональних розмірів сільгоспідприємств різних типів спеціалізації в умовах невизначеності зовнішнього середовища.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Метою статті є побудова стохастичної економіко-математичної моделі визначення раціональних розмірів сільськогосподарських підприємств.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

При визначенні раціональних розмірів сільськогосподарських підприємств використовується низка методів, серед яких чільне місце займає економіко-математичне моделювання. При цьому процес виробництва описаний за допомогою факторів розглядається як виробнича система, яку можна описати за допомогою виробничих функцій. Найбільш поширеною виробничою функцією є степенева функція Кобба-Дугласа, яка показує зв'язок між обсягом виробленої продукції (*виходом виробничої системи сільгоспідприємства*) та набором факторів виробництва, які обумовили власне його процес (*вхідні параметри виробничої системи*). У ринкових умовах господарювання підприємство працює для отримання прибутку (у цьому дослідженні ми обмежуємося лише прибутком, не беручи до уваги рентні і квазірентні ефекти та інші вигоди – А.Г.), а тому більша частина виробленої продукції реалізується на ринку. Серед основних факторів виробництва в сільському господарстві прийнято виділяти земельні ресурси, працю та капітал. Зважаючи на інваріантність функції Кобба-Дугласа відносно одиниць виміру параметрів моделі а також на те, що виробнича роль землі та людської праці в сільгоспвиробництві не має усталених методик оцінки, для подальших досліджень будемо використовувати їх у натуральному вигляді. Що стосується капіталу, то мається на увазі виробничо-спожита його частина, яка була використана у процесі виробництва. Оскільки земля та праця включені у модель, то для недопущення повторного рахунку із загальної суми виробничих витрат необхідно відняти витрати на оплату праці та орендну плату за землю.

У загальному вигляді виробнича функція Кобба-Дугласа може бути представлена у вигляді такої формули (1):

$$Q = \beta_0 \prod_{i=1}^n x_i^{\beta_i}, \quad (1)$$

де Q – обсяг виробництва (реалізації) сільгосппродукції; x_i – ненульовий вектор виробничих ресурсів, $i = 1, \dots, n$; β_0, β_i – шукані параметри; n – кількість видів ресурсів.

Оскільки зміна обсягів затрачених ресурсів у сільському господарстві не приводить до пропорційної зміни обсягів виробництва (реалізації) продукції, при побудові функції (1) необхідно, щоб виконувалася умова: $\sum_{i=1}^n \beta_i \neq 1$. Економічний зміст коефіцієнтів $\beta_i, i = 1, \dots, n$ полягає у тому, що вони відображають відношення граничної та середньої ефективності використання відповідних виробничих ресурсів; значення β_0 свідчить про рівень технологічного оснащення виробництва (технологічний коефіцієнт).

На практиці виробничий процес в сільському господарстві обумовлюється ще і низкою інших (випадкових) факторів, які необхідно враховувати під час аналізу. Тоді виробнича функція стає стохастичною і виступає в ролі граничної функції ефективності для k -го сільгоспідприємства [1, с. 65] (2).

$$Q_{k,t} = \left(\beta_{0,k,t} \prod_{i=1}^n x_{i,k,t}^{\beta_i} \right) e^{v_{k,t}} TE_{k,t}, \quad (2)$$

де $v_{k,t}$ – випадкова величина, яка підпорядкована закону нормального розподілу $N(0, \sigma_v^2)$;

$TE_{k,t} = e^{-u_{k,t}}$ – значення технічної ефективності k -го підприємства; e – основа натурального логарифма; t – фактор часу.

Приведемо рівняння (2) до лінійної форми відносно параметрів:

$$\ln(Q_{k,t}) = \ln(\beta_{0,k,t}) + \sum_{i=1}^n \beta_{i,k,t} \ln(x_{i,k,t}) + v_{k,t} - u_{k,t}, \quad (3)$$

де $u_{k,t} = \ln(Q_{k,t}) - \left(\ln(\beta_{0,k,t}) + \sum_{i=1}^n \beta_{i,k,t} \ln(x_{i,k,t}) \right)$ незалежна від $v_{k,t}$ величина, підпорядкована

закону логарифмічного нормального (або усіченого в нулі нормального) розподілу $N^+(0, \sigma_u^2)$ та для якої визначена функція максимальної правдоподібності [1, с. 67]. Якщо відомі додаткові умови неефективності сільгоспвиробництва, то найбільш часто використовують специфікацію стохастичної граничної функції Г. Баттіза та Т. Коеллі [2, с. 6-7]. У такому разі технічна ефективність додатково обмежується функцією неефективності вигляду $\mu_{k,t} = \sum_{i=1}^m z_{i,k,t} \delta_{i,k,t}$, де $z_{k,t}$ – вектор значень факторів неефективності для k -го підприємства; $\delta_{k,t}$ – вектор параметрів функції неефективності, який підлягає оцінці; m – кількість додаткових фіктивних змінних функції неефективності $\mu_{k,t}$. При цьому величина $u_{k,t}$ розподіляється за законом $N^+(\mu_{k,t}, \sigma_u^2)$, $\mu_{k,t} \neq 0$.

Мірою достовірності коефіцієнтів моделі (2) виступають значення t -критерію Стьюдента, а загальна її адекватність перевіряється за одностороннім LR -тестом (узагальнене значення функцій максимальної правдоподібності (L) для гіпотез H_0 і H_1 : $\lambda = -2(\ln(L_{H_0}) - \ln(L_{H_1}))$), критичне значення якого являє собою критерій Вальда для змішаного χ^2 -розподілу [3, с. 1246]. Оцінкою «якості» отриманої стохастичної моделі виступає показник частки поясненої неефективності в загальній дисперсії γ :

$$\gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}. \quad (4)$$

Результативний показник технічної ефективності сільгоспідприємств ($TE_{k,t}$) оцінює орієнтацію виробництва на вихід (ставиться задача максимізації обсягу виробництва (реалізації) продукції при наявних виробничих ресурсах), з ефектом масштабу виробництва, який визначається зі співвідношення $ES = \sum_{i=1}^n \beta_i$: $ES > 1$ – ефект масштабу зростаючий, $ES < 1$ – спадний, $ES = 1$ – постійний.

Визначення параметрів моделі (2) та її оцінку доцільно проводити за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення, зокрема програми Frontier v. 4.1с, з використанням стандартного методу найменших квадратів, двоетапного алгоритму ґратчастого пошуку та ітераційної процедури максимізації функції максимальної правдоподібності квазі-Ньютонівським методом Девідона-Флетчера-Пауела.

Як залежну змінну (Q) обрано показник товарної продукції сільського господарства – тис. грош. од. Як незалежні змінні взято: площу сільськогосподарських угідь, га (X_1), середньорічну кількість працівників, зайнятих у сільгоспвиробництві, осіб (X_2), суму виробничих витрат (без урахування витрат на оплату праці та оренду землі) на виробництво товарної продукції сільського господарства, тис. грош. од. (X_3).

У цілому, вибір параметрів економіко-математичної моделі обумовлюється показниками розмірів сільгоспідприємств, які до того ж залежать від напряму спеціалізації (табл. 1). При цьому слід зауважити, що значущість певних показників розміру сільськогосподарських підприємств в умовах інтенсифікації виробництва може істотно коливатися. Так, середньорічна кількість працівників, зайнятих у сільськогосподарському виробництві, зі зростанням фондооснащеності виробництва, фондоозброєності праці, підвищенням продуктивності праці має тенденцію до зниження, що ніяк не впливає на розміри підприємства; розмір сільгоспідприємств (зокрема в США), визначений за річною сумою виручки від реалізації, змінюється під впливом інфляційних процесів тощо.

Зважаючи на дані табл. 1, наприклад, для господарств зерново-молочного типу спеціалізації доцільно ввести додаткову змінну (X_4) – чисельність поголів'я корів, гол. Також ми пропонуємо вводити і фіктивні змінні: для господарств зерново-олійного типу спеціалізації – Z_1 , яка приймає «0» у разі збиткового ведення сільського господарства і «1» – в усіх інших випадках; для сільгосп підприємств зерново-молочного напрямку – Z_2 , яка чисельно дорівнює середньому річному удою молока від однієї корови, кг. тощо.

Таблиця 1

Головні та допоміжні показники розміру сільськогосподарських підприємств різних напрямів спеціалізації

Напрямок спеціалізації	Показники розміру	
	Головні	Допоміжні
Рільництво	Площа ріллі в обробітку	Посівна площа загалом та за провідними групами культур, площа закритого ґрунту, площі маточних насаджень за потребою
Садівництво та виноградарство	Площа садів, ягідників та виноградників	Відповідні площі за провідними групами (площі кісточкових, зерняткових, ягідників за видами ягід тощо), площа розсадників
Тваринництво	Поголів'я відповідного виду худоби та площа відповідного виду сільгоспугідь	Чисельність тварин на відгодівлі, загальна кількість і кількість скотомісць для одночасного утримання худоби; чисельність племінної худоби; площа пасовищ
Птахівництво	Поголів'я птаці та площа посівів зернових культур	Кількість птахомісць, площа водного дзеркала водойм для водоплавної птиці; потужність інкубаторів
Звірівництво	Поголів'я звірів відповідного виду та площа ріллі	Кількість звіромісць, площа водного дзеркала водойм та басейнів, використовуваних для вигульного утримання водоплавних звірів; чисельність репродуктивного поголів'я
Рибництво	Поголів'я риби, площа водного дзеркала водоймища	Поголів'я мальків, кількість маточного поголів'я риби; кількість ставків, у т. ч. репродуктивних
Змішаний	Площа сільгоспугідь та поголів'я худоби, звірів чи риби відповідно до напрямку спеціалізації	Допоміжні показники розміру відповідно до виробничих напрямів
Сільсько-господарське підприємство в цілому	Площа сільгоспугідь за видами в натуральних одиницях та умовних кадастрових гектарах, вартість валової та чистої продукції сільського господарства та сільгосп підприємства	Вартість валової продукції за галузями виробництва (рослинництва, тваринництва), вартість товарної продукції (сума виручки від реалізації), маса прибутку; чисельність умовного поголів'я тварин та птиці; кількість зайнятих працівників; вартість основних та оборотних фондів, у т. ч. виробничих; сума виробничих витрат; потужність енергетичних установок; річний оборот капіталу; кількість об'єктів ЖКГ та їх потужності тощо

Джерело: узагальнення А. Гуторова [4, с. 28].

Однією з головних характеристик сільськогосподарських підприємств у контексті цих досліджень є показник технічної ефективності виробництва, який відображує, на скільки повно використовуються досліджувані фактори виробничого потенціалу в порівнянні з найбільш ефективними господарствами, які формують межу граничної ефективності. Так, наприклад, якщо сільськогосподарське підприємство зерново-олійного напрямку реалізувало сільгосппродукцію на суму 2 млн грош. од. при наявних площі сільгоспугідь 1600 га та середньорічній кількості працівників, зайнятих у сільгоспвиробництві, 50 осіб за рівня виробничих витрат 3,5 млн грош. од. і мало значення $TE = 0,467$, то це означає, що в порівнянні з найбільш ефективними господарствами регіону такого ж результату від виробництва й реалізації сільгосппродукції можна було б досягти при площі сільгоспугідь 260 га та кількості працівників – 5 осіб (за умови незмінних виробничих витрат).

Цілком очевидно, що при збільшенні значення показника технічної ефективності сільгосп підприємство є більш економічно ефективним та конкурентоспроможним на ринку, має кращі можливості для організації виробництва, а тому є раціональнішим за своїми розмірами. Відтак групування сільськогосподарських підприємств за значенням технічної ефективності свідчать, що при її підвищенні показники прибутковості і рентабельності сільгоспвиробництва значно зростають. При цьому підвищення рівня прибутковості й рентабельності сільгоспвиробництва відбувалося за рахунок впровадження новітніх технологій виробництва, збалансування окремих елементів виробничого потенціалу, підвищення рівня продуктивності та оплати праці.

У довгостроковій перспективі усі виробничі фактори є змінними, а тому у разі їх зміни зміниться і обсяг виробництва сільгосппродукції. Якщо приріст обсягів виробництва перевищує

приріст затрат, то це є свідченням наявності позитивної віддачі від масштабу, і навпаки. При цьому в разі негативної віддачі від масштабу збільшувати розміри підприємства економічно недоцільно.

Ефект масштабу в сільському господарстві прямо залежить від рівня інтенсифікації виробництва, спеціалізації та поділу праці, а також від ступеня повноти використання наявного ресурсного потенціалу.

Характеристикою ефекту масштабу за виробничою функцією Кобба-Дугласа є коефіцієнт еластичності виробництва від масштабу, який, згідно з теоремою Віскеллія-Джонсона, кількісно дорівнює сумі показників степенів при незалежних змінних (ES) [5, с. 110-111].

Для виробничих функцій виду (1) зростання значення технологічного коефіцієнта (β_0) за досліджуваній період у господарствах свідчить про наявність у них відтворювальних процесів, оновлення матеріально-технічної бази, впровадження більш прогресивних технологій у виробництво тощо. Це також підтверджується і поступовим зниженням коефіцієнта еластичності виручки від реалізації за кількістю зайнятих працівників (β_2), оскільки при підвищенні рівня капіталоінтенсивності виробництва потреба у робочій силі зменшується. Поступове зменшення значення коефіцієнта еластичності виручки від реалізації за площею сільськогосподарських угідь (β_1) свідчить про певне зниження впливу площі сільськогосподарських угідь (як екстенсивного фактора) на обсяг виробництва за рахунок подальшої інтенсифікації виробництва. Аналогічне зменшення значення (β_1), наприклад, для сільгоспідприємств зерново-молочного типу спеціалізації при зростанні коефіцієнтів еластичності за виробничими витратами (β_3) і поголів'ям дійного стада корів (β_4) є свідченням поступового зростання значущості молоковиробництва на інтенсивних засадах (зростання впливу виробничих витрат викликане підвищенням витрат на корми та утримання тварин, що сприяє росту їх продуктивності і віддачі).

Для того, щоб кількісно оцінити ефект від масштабу окремих виробничих факторів, застосовуються граничні величини. Гранична продуктивність (MP) певного змінного фактора виробничої функції є відношенням обсягу виробництва (реалізації) продукції до нескінченно малого приросту використаного ресурсу. Математично ця залежність являє собою першу частинну похідну виробничої функції: $MP_{x_i} = \frac{\partial Q}{\partial X_i}$, де i – виробничий фактор моделі [6, с. 206].

При цьому слід зазначити, що рівень граничної продуктивності використання сільгоспугідь значно залежить від напрямку спеціалізації. Наприклад, у господарствах зерново-молочного типу спеціалізації він у разі вищий, ніж у підприємств зерново-олійного напрямку, що пояснюється наявністю галузі тваринництва, для якої гранична цінність землі як ресурсу кормової бази істотно зростає (за умов, що господарство має власну кормову базу і не використовує винятково покупні корми для тварин).

Гранична продуктивність праці показує внутрішньогосподарську цінність робочої сили. Фактично це може свідчити або про перевикористання людського фактора, викликаного браком висококваліфікованих працівників, незадовільною мотивацією до праці і низьким рівнем соціальної відповідальності бізнесу, або про незначне недовикористання робочої сили, що відповідає дії закону перевищення продуктивності праці над її оплатою.

У процесі виробництва більшість виробничих факторів можуть у певних межах замінювати і доповнювати один одного. Так, підвищення рівня фондоозброєності праці, зміна технологій виробництва неодмінно призводять до зменшення кількості зайнятих працівників. У термінах мікроекономіки процес взаємозаміни виробничих факторів характеризується показником граничної норми технологічної заміни ($MRTS$), яка виражається як відношення граничних продуктивностей ресурсів [6, с. 214]. Оскільки такі виробничі ресурси, як земля (не беручи до уваги гідропоніку як заміник землі), продуктивна худоба тощо неможливо замінити додатковими витратами коштів, то доцільно обмежуватися розрахунком граничної норми заміщення праці виробничими витратами $\left(MRTS_{x_2/x_3} = -\frac{MP_{x_2}}{MP_{x_3}} \right)$. Знак «мінус» перед дробом означає, що при зменшенні кількості зайнятих у сільгоспвиробництві працівників обсяг виробничих витрат має зростати.

У цілому позитивні значення коефіцієнтів еластичності факторів виробництва функцій Кобба-Дугласа характеризують технічно раціональну область їх застосування, проте у той же час вказують на загальну нераціональність за розмірами (і окремими параметрами) сільгоспідприємств.

Установлення оптимальних розмірів сільськогосподарських підприємств за умов наявності межі граничних можливостей зводиться до вирішення задачі максимізації аллокативної ефективності (ефективності розподілу) ресурсів.

Згідно з правилом максимізації прибутку, граничні продуктивності окремих факторів виробництва у вартісному обчисленні на конкурентних ринках мають дорівнювати їхнім цінам. Тобто відповідно до теорії граничної продуктивності, кожному фактору виробництва належить той дохід, який він створює. Оскільки кожен фактор виробництва оплачується по-різному, можна прийняти в ролі середніх ринкових цін: для сільгоспугідь – річну суму орендної плати (рентний платіж), тис. грош. од. /га; для живої праці – середньорічну номінальну заробітну плату одного працівника, зайнятого в сільгоспвиробництві, тис. грош. од. /чол.; для дійних корів основного стада – середньорічну суму амортизаційних відрахувань з розрахунку на голову, тис. грош. од. тощо. Що стосується виробничих витрат, то, зважаючи на те, що вони представлені у виробничій функції в грошовому обчисленні, оптимальним значенням ціни для них буде одиниця. Тоді модель оптимізації ресурсного забезпечення, за якого всі фактори виробничої функції Кобба-Дугласа є аллокативно ефективними, може бути представлена у загальному вигляді:

$$Q = \beta_0 \prod_{i=1}^n x_i^{\beta_i} TE \rightarrow \max \quad (5)$$

при $MP_{x_i} = P_i, i = 1, \dots, n,$

де P_i – середня ціна i -го ресурсу, $i = 1, \dots, n$.

Розв'язання цієї задачі методом множників Лагранжа дає єдину сідлову точку – шукану точку локального максимуму функції Q .

У результаті розв'язання множини задач оптимізації цілочислового програмування (кількість працівників та поголів'я корів, наприклад, не можуть бути дробовими) отримуємо значення параметрів раціональних за розмірами сільськогосподарських підприємств.

Для підтвердження розрахунків, підвищення рівня їх надійності доцільно використовувати метод DEA-аналізу (*аналізу оболонки даних*). Його суть зводиться до того, щоб за допомогою методів лінійного програмування порівняти умовний рівень ефективності досліджуваних підприємств сукупності. У ролі показника ефективності виступає відношення зважених результатів господарювання (вихідних параметрів) та зважених використаних ресурсів (вхідних параметрів) [7, с. 15]:

$$TE_k = \frac{\sum_{i=1}^n w_{oi} y_{i,k}}{\sum_{j=1}^m w_{ij} x_{j,k}}, \quad (6)$$

де TE_k – технічна ефективність k -го підприємства, $TE_k \in (0;1]$; w_{oi} , w_{ij} – «ваги» для i -го вихідного та j -го вхідного факторів відповідно; $y_{i,k}$, $x_{j,k}$ – відповідно значення вихідних та вхідних параметрів k -го підприємства, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$; n , m – кількість вихідних та вхідних параметрів.

Зважаючи на вид формули (6), DEA-моделі є абсолютно інваріантними відносно одиниць виміру вхідних та вихідних величин.

Для виявлення оптимальних за розмірами сільськогосподарських підприємств використаємо специфікацію стану ефективності А. Чарнса та В. Купера: сільгоспідприємство є на 100% ефективним, за В. Парето, якщо жоден вихідний параметр не може бути підвищений без підвищення одного чи декількох вхідних факторів (чи зниження інших вихідних параметрів) або жоден вхідний фактор не може бути зменшений без зменшення одного чи декількох вихідних параметрів (або підвищення інших вхідних параметрів) [8, с. 7-8].

Відповідно до цього, DEA-моделі поділяються на *input*-орієнтовані (ставиться задача мінімізувати обсяг вхідних ресурсів при фіксованому обсязі виробництва) та *output*-орієнтовані (метою є максимізація обсягу виробництва при незмінній кількості ресурсів).

За характером масштабу виділяють DEA-моделі з постійним (CRS-моделі) та змінним (VRS-моделі) ефектом від масштабу. Так, за умов постійного ефекту масштабу DEA-модель записується у вигляді:

$$TE_k = \frac{\sum_{i=1}^n w_{o_i} y_{i,k}}{\sum_{j=1}^m w_{i_j} x_{j,k}} \rightarrow \max \quad npi \quad \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n w_{o_i} y_{i,l}}{\sum_{j=1}^m w_{i_j} x_{j,l}} \leq 1, & l = 1, \dots, K \\ w_{o_i} \geq 0, w_{i_j} \geq 0, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m, \end{cases} \quad (7)$$

де K – кількість досліджуваних сільськогосподарських підприємств.

За змінного ефекту масштабу до формули (7) додається фактор масштабу θ_k , який визначає його характер (зростаючий, спадний, постійний).

$$TE_k = \frac{\sum_{i=1}^n w_{o_i} y_{i,k} + \theta_k}{\sum_{j=1}^m w_{i_j} x_{j,k}} \rightarrow \max \quad npi \quad \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n w_{o_i} y_{i,l} + \theta_k}{\sum_{j=1}^m w_{i_j} x_{j,l}} \leq 1, & l = 1, \dots, K \\ w_{o_i} \geq 0, w_{i_j} \geq 0, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (8)$$

Під час приведення моделей (7) і (8) до лінійного виду шляхом застосування методів дробового програмування виникає орієнтація DEA-моделей на вхід чи вихід, а також з'являється проблема наявності неврахованих ізоквант (резерв). Для її вирішення вводяться додаткові змінні резерву (s^+ , s^-) та неархімедова постійна величина ε , яка приймає дуже малі значення, $\varepsilon \approx 10^{-6}$.

Під час побудови DEA-моделей супер-ефективності, їх формалізований запис збігається із записом відповідної input- чи output-орієнтованої DEA-моделі, але за умови, що l -те сільгоспідприємство виключається із сукупності досліджуваних господарств. За такої умови радіальна відстань до нової границі ефективності є мірою супер-ефективності [9, с. 1264].

Графічно DEA-моделі являють собою випуклу оболонку даних, на межі якої розташовані найбільш ефективні господарства. VRS-моделі, на думку А. Ліссітси та Т. Бабічевої, є найбільш прийнятними для визначення оптимальних розмірів сільгоспідприємств [10, с. 24].

Оскільки DEA-метод є непараметричним методом аналізу ефективності, то він базується на бенчмаркінг-оцінках різних за розмірами сільськогосподарських підприємств сукупності, що може призвести до ситуації, коли велика кількість господарств будуть на 100% ефективними у той час, коли при зміні кількості і складу вибірки результати будуть іншими. Тому для ранжування найбільш ефективних сільгоспідприємств П. Андерсон, Н. Петерсон та Дж. Жу запропонували використання DEA-моделей з модифікованою квазі-граничною функцією – моделі супер-ефективності DEA (DEA^{sup}) [9, 11]. У такому разі сільськогосподарські підприємства, які є найбільш ефективними, будуть мати значення TE_k більші за одиницю.

Учені Р. Фере, С. Гросскопф та К. Ловелл, досліджуючи зміни технічної ефективності підприємств при постійній і змінній віддачі від масштабу, дійшли висновку, що в разі, коли господарство є на 100% ефективним незалежно від характеру масштабу, воно діє на межі своїх виробничих можливостей, а тому є оптимальним за розмірами [12, с. 32-36].

На підставі цього ми вважаємо, що оптимальні за розмірами сільськогосподарські підприємства будуть утворювати границю (ефективний фронт) супер-ефективності незалежно від характеру масштабу. Тоді такі господарства можна визначити на перетині множин за формулою:

$$DEA_{crs}^{sup} \cap DEA_{vrs}^{sup} \approx DEA_{crs} \cap DEA_{vrs}, \quad (9)$$

де DEA_{crs}^{sup} , DEA_{vrs}^{sup} , DEA_{crs} , DEA_{vrs} – рівновеликі множини сільгоспідприємств, визначені за відповідними DEA-моделями обраної орієнтації.

Відтак послідовне розв'язання input- та output-орієнтованих випуклих DEA-моделей супер-ефективності при постійному та змінному ефектах від масштабу з використанням програмного забезпечення EMS v. 1.3.0 та об'єднання результатів за допомогою формули (9) дає змогу визначити групу передових сільськогосподарських підприємств досліджуваного регіону.

ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

Економічна ефективність діяльності сільськогосподарських підприємств залежить від їх розмірів, зумовлюється напрямом спеціалізації та раціональними межами концентрації

сільськогосподарського виробництва. У той же час економічна ефективність спецгоспів значною мірою залежить від міжгосподарських зв'язків, процесів кооперації та інтеграції в сільському господарстві України.

Визначення раціональних розмірів сільськогосподарських підприємств необхідно проводити за результатами їх розподілу за типами спеціалізації та на основі комплексної економічної, екологічної і соціальної оцінки результатів господарської діяльності.

Ефект масштабу виробництва в сільському господарстві є динамічною величиною, оскільки для кожного окремого періоду часу існує максимально можливий (граничний) обсяг виробництва продукції, якого можна досягти при цих затратах факторів виробництва.

Методологія стохастичного граничного аналізу є дієвим інструментом оптимізації розмірів сільськогосподарських підприємств, дозволяє враховувати як основні фактори виробництва, так і включати до моделі стохастичні фіктивні змінні. Базуючись на фактичних даних щодо результатів господарської діяльності підприємств, стохастичний граничний аналіз дає змогу оцінити досягнутий рівень виробництва та здійснити оптимізаційні розрахунки з урахуванням кращого з варіантів розвитку господарської системи.

Для підвищення надійності отриманих результатів, узагальнення передового досвіду сільськогосподарського виробництва доцільним є використання методу аналізу оболонки даних на основі моделей супер-ефективності і алгоритму відбору передових господарств, який базується на знаходженні перетину множин сільськогосподарських підприємств за DEA-моделями з постійним та змінним ефектом від масштабу незалежно від їх орієнтації.

Перспективами подальших розвідок у цьому напрямі є удосконалення методів стохастичного граничного аналізу, їх більш ґрунтовна адаптація до особливостей сільськогосподарського виробництва України.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Kumbhakar S.C., Knox Lovell C.A. *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 344 p.
2. Coelli T.J. *A Guide to FRONTIER Version 4.1: A Computer Program for Stochastic Frontier Production and Cost Function Estimation*: CEPA Working Paper No. 7/96. Armidale: University of New England, 1996. 33 p.
3. Kodde D.A., Palm C. Wald Criteria for Jointly Testing Equality and Inequality Restrictions. *Econometrica*. 1986. Vol. 54. No. 5. Pp. 1243–1248. DOI: <https://doi.org/10.2307/1912331>.
4. Гуторов А.О. Економічне обґрунтування раціональних розмірів сільськогосподарських підприємств: теорія та практика. Харків: «Міськдрук», 2012. 377 с.
5. Задорожна Н.В. Мікроекономічна теорія виробництва і витрат. Київ: КНЕУ, 2003. 219 с.
6. Мікроекономіка / за ред. В.Д. Базилевича. Київ: Знання, 2008. 679 с.
7. Cooper W., Seiford L.M., Tone K. *Data Envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. New York: Springer, 2007. 490 p.
8. Charnes A., Cooper W., Lewin A.Y., Seiford L.M. *Data Envelopment Analysis Theory, Methodology and Applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997. 513 p.
9. Andersen P., Petersen N.C. A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis. *Management Science*. 1993. Vol. 39. No. 10. Pp. 1261–1264.
10. Лисситса А., Бабичева Т. Анализ Оболочки Данных (DEA). Современная методика определения эффективности производства. Discussion Paper No. 50. Halle: IAMO, 2003. 37 с.
11. Zhu J. Super-Efficiency and DEA Sensitivity Analysis. *European Journal of Operational Research*. 2001. Vol. 129. Issue 2. Pp. 443–455. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00433-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00433-6)
12. Färe R., Grosskopf S., Lovell C.A.K. *Production Frontiers*. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. 296 p.

REFERENCES:

1. Kumbhakar S.C., Knox Lovell C.A. (2003). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
2. Coelli T.J. (1996). *A Guide to FRONTIER Version 4.1: A Computer Program for Stochastic Frontier Production and Cost Function Estimation*: CEPA Working Paper No. 7/96. Armidale: University of New England.
3. Kodde D.A., Palm C. (1986). Wald Criteria for Jointly Testing Equality and Inequality Restrictions. *Econometrica*. 54(5), 1243–1248. DOI: <https://doi.org/10.2307/1912331>.
4. Hutorov A.O. (2012). *Economic Justification of the Rational Sizes of Agricultural Enterprises: Theory and Practice*. Kharkiv: "Miskdruk".
5. Zadorozhna N.V. (2003). *Microeconomic Theory of Production and Costs*. Kyiv: KNEU.
6. Bazylevych V.D. (ed.). (2008). *Microeconomics*. Kyiv: Znannia.
7. Cooper W., Seiford L.M., Tone K. (2007). *Data Envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications,*

References and DEA-Solver Software. New York: Springer.

8. Charnes A., Cooper W., Lewin A.Y., Seiford L.M. (1997). *Data Envelopment Analysis Theory, Methodology and Applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

9. Andersen P., Petersen N.C. (1993). A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 39(10), 1261–1264.

10. Lissitsa A., Babicheva T. (2003). *Data Envelopment Analysis (DEA). Modern Methodology for Determining Production Efficiency*. Discussion Paper No. 50. Halle: IAMO.

11. Zhu J. (2001). Super-Efficiency and DEA Sensitivity Analysis. *European Journal of Operational Research*, 129(2), 443–455. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00433-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00433-6)

12. Färe R., Grosskopf S., Lovell C.A.K. (1994). *Production Frontiers*. Cambridge: Cambridge University Press.

ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELS FOR RATIONAL SIZES OF AGRICULTURAL ENTERPRISES DETERMINATION

HUTOROV Andrii¹, HUTOROVA Olena²

¹NSC “Institute of Agrarian Economics”

²State Biotechnological University

The aim of the article is to build a stochastic economic and mathematical model for determining the rational size of agricultural enterprises. It has been shown that in the context of digitalization, the methodological basis for rationalizing the size of agricultural enterprises is economic and mathematical models that allow not only to simulate the impact of factors, but also to determine the most optimal combination of them for specific economic conditions and forms of ownership. It has been identified that most studies focus mainly on modeling the rational organization of land use, optimization of the size and structure of sown areas, factor analysis of concentration, including the use of production functions, or comparative and DEA analysis of the efficiency of agricultural enterprises of different sizes. It has been confirmed that the determination of the rational size of agricultural enterprises should be based on the results of their distribution by types of specialization and on the basis of a comprehensive economic, environmental and social assessment of the economic output. The scale effect in agriculture is a dynamic value, since for each individual period of time there is a maximum possible (marginal) volume of production that can be achieved with the given costs of production factors. It has been argued that the methodology of stochastic frontier analysis is an effective tool for optimizing the size of agricultural enterprises, allowing taking into account both the main factors of production and to include stochastic dummy variables in the model. Based on the actual data on the results of enterprises' economic activity, the stochastic frontier analysis allows to estimate the current level of production and to make optimization calculations taking into account the best option for the development of the economic system. It has been emphasized that in order to increase the reliability of the results gained and generalize the best practices of agricultural production, it is advisable to use the data envelopment analysis method based on super-efficiency models and the algorithm for selecting advanced farms, which is based on finding the intersection of sets of agricultural enterprises according to DEA models with constant and variable economies of scale regardless of their orientation.

Key words: economic-mathematical model; rational size; specialization; concentration; agricultural enterprise; SFA-analysis; DEA-analysis.